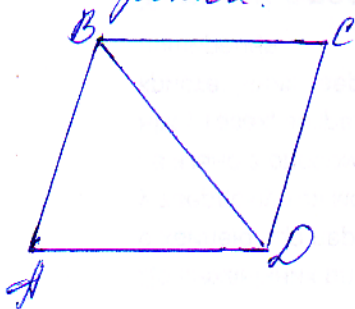


## Четырёхугольники.

Примеры решения задач.

① Параллелограмм, ромб, прямоугольник.

- а) Периметр параллелограмма равен 60 см, а острый угол  $60^\circ$ . Найти меньшую диагональ параллелограмма, если ~~его~~ его стороны относятся как 2:3.
- б) Диагонали ромба относятся как 3:4. Сторона ромба равна 10 см. Найти площадь ромба.
- в) В параллелограмме ABCD проведена высота BK. Известно, что  $\angle ABK = 30^\circ$ ,  $AK = 5$  см,  $KD = 8$  см. Найти большую диагональ параллелограмма.
- г) Одна из диагоналей ромба равна 15 см, а высота ромба равна 12 см. Найти площадь ромба.
- д) Биссектриса, проведенная из вершины прямоугольника, делит его диагональ на отрезки 15 см и 20 см. Найти площадь прямоугольника.
- е) Стороны прямоугольника равны 15 см и 8 см. На какие отрезки разбивает диагональ перпендикуляр, проведенный из вершины прямого угла.
- ж) Диагональ ромба делит его высоту, проведенную из вершины тупого угла, на отрезки 10 см и 6 см. Найти периметр ромба.
- з) Острый угол параллелограмма равен  $30^\circ$ . Его биссектриса делит сторону параллелограмма на отрезки 24 см и 16 см, считая от вершины тупого угла. Найти площадь параллелограмма.
- и) Ромб вписан в треугольник таким образом, что острый угол ромба, равный  $30^\circ$ , совпадает с острым углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 12 см и 16 см. Найти высоту ромба.



Дано: ABCD - параллелограмм.  $P = 60$  см,  
 $\frac{AB}{BC} = \frac{2}{3}$ ;  $\angle BAD = 60^\circ$

Найти: BD - ?

1) Пусть  $x$  - коэффициент пропорциональности, тогда  $AB=2x$   
 $BC=3x$ . Найдем периметр:  $P=2(AB+BC)=2(2x+3x)=10x$   
 $10x=60; x=6$ .

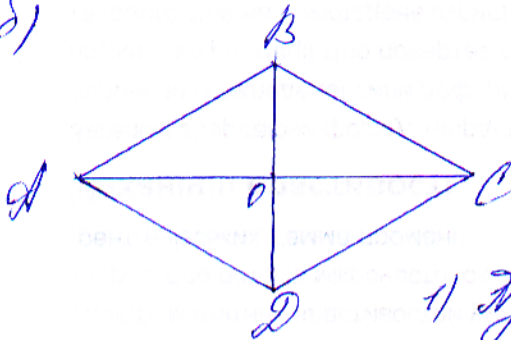
Тогда  $AB=2 \cdot 6=12$  см,  $AD=BC=3x=3 \cdot 6=18$  см.

2)  $\triangle ABD$ :  $BD^2=AB^2+AD^2-2AB \cdot AD \cos \angle A$  (th. косинусов)

$$BD^2=12^2+18^2-2 \cdot 12 \cdot 18 \cdot \frac{1}{2}=144+324-216=252$$

$$BD=\sqrt{252}=2\sqrt{63}=6\sqrt{7} \text{ см.}$$

б)



Дано:  $ABCD$ -ромб,  $\frac{AC}{BD}=\frac{4}{3}$

$$AB=10 \text{ см}$$

Найти:  $S$ .

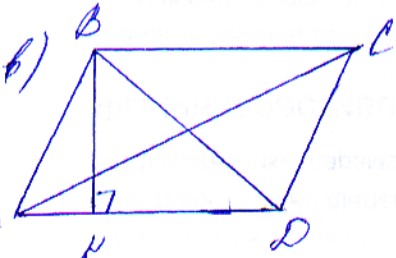
1) Пусть  $x$  - коэффициент пропорциональности, тогда  $AC=4x$ ,  $BD=3x$ ; т.е.  $\frac{AC}{BD}=\frac{4x}{3x}=\frac{4}{3}$ , то:  $AO=4x$ ,  $BO=3x$

2)  $\triangle AOB$ -прямоугольный:  $AB^2=AO^2+BO^2$  (th. Пифагора)

$$100=(4x)^2+(3x)^2; 16x^2+9x^2=100; 25x^2=100; x^2=4; x=2.$$

Тогда:  $AC=8$  см,  $DB=6$  см.

3) Найдем площадь:  $S=\frac{AC \cdot BD}{2}=\frac{6 \cdot 8}{2}=24 \text{ см}^2$ .



Дано:  $ABCD$ -параллелограмм.  $BK$ -высота  
 $BK=AK=5$  см,  $\angle ABK=30^\circ$ ,  $KD=8$  см.

Найти:  $AC$ .

1)  $\triangle ABK$ -прямоугольный:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{AK}{BK} \Rightarrow BK = \frac{AK}{\operatorname{tg} 30^\circ} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{15}{\sqrt{3}} = 5\sqrt{3} \text{ см.}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AK}{AB} \Rightarrow AB = \frac{AK}{\sin 30^\circ} = \frac{5}{\frac{1}{2}} = 10 \text{ см.}$$

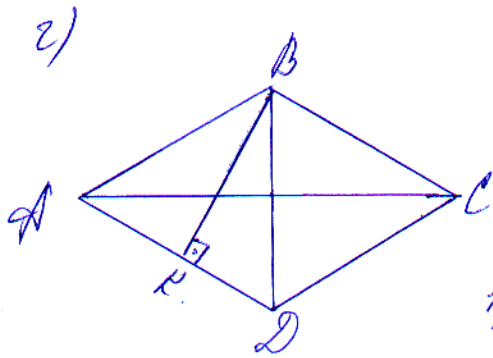
2)  $\triangle BDK$ -прямоугольный:  $BD^2=KD^2+BK^2=64+75=139$

$$BD=\sqrt{139} \text{ см.}$$

3) По свойству диагоналей параллелограмма:  $2(AB^2+AD^2)=BD^2+AC^2$

$$AD=KD+AK=8+5=13 \text{ см}$$

$$AC^2=2(AB^2+AD^2)-BD^2=2(100+169)-139=400; AC=\sqrt{400}=20 \text{ см.}$$



Дано:  $ABCD$ -ромб;  $BD=15$  см,  $BK \perp AD$

$$BK = 12 \text{ см}$$

Найти:  $S$

1)  $\triangle BDK$  - прямоугольный  
 $BD^2 = KD^2 + BK^2$  (th. Пифагора)

$$KD^2 = BD^2 - BK^2 = 225 - 144 = 81. \quad KD = \sqrt{81} = 9 \text{ см.}$$

2)  $\triangle ABK$  - прямоугольный.  $AB = x$ ,  $AK = AD - KD = (x - 9)$

По th. Пифагора:  $AB^2 = BK^2 + AK^2$

$$x^2 = (x - 9)^2 + 144$$

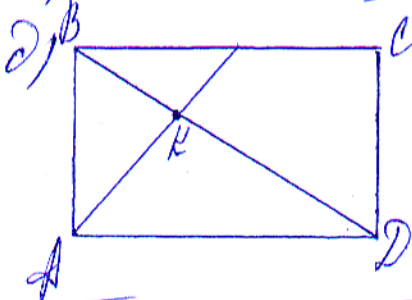
$$x^2 = x^2 - 18x + 81 + 144$$

$$18x = 225$$

$$x = \frac{225}{18} = \frac{75}{6} = \frac{25}{2} = 12,5$$

$$AB = AD = 12,5 \text{ см.}$$

3) Найдем площадь:  $S = AD \cdot BK = 12,5 \cdot 12 = 150 \text{ см}^2$



Дано:  $ABCD$ -прямоугольник.  $AK$ -биссектриса  $\angle A$ ;  $BK = 15$  см;  $KD = 20$  см.

Найти:  $S$

1)  $\triangle ABD$  - прямоугольный:  $BD = BK + KD = 20 + 15 = 35$  см

По свойству биссектрисы:  $\frac{BK}{AB} = \frac{KD}{AD} \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{KD}{BK} = \frac{20}{15} = \frac{4}{3}$ .

Пусть  $x$  - коэффициент пропорциональности:  $AD = 4x$ ;  $AB = 3x$

По th. Пифагора:  $BD^2 = AB^2 + AD^2$ ;

$$35^2 = (3x)^2 + (4x)^2$$

$$9x^2 + 1216x^2 = 1225$$

$$25x^2 = 1225$$

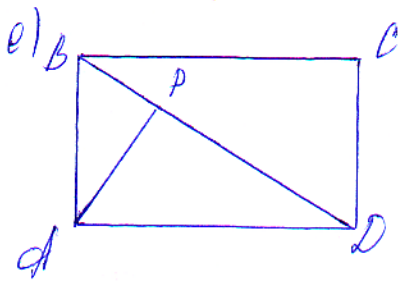
$$x^2 = 49$$

$$x = 7$$

Тогда:  $AD = 4 \cdot 7 = 28$  см;  $AB = 3 \cdot 7 = 21$  см.

2) Найдем площадь:  $S = AB \cdot AD$

$$S = 28 \cdot 21 = 588 \text{ см}^2.$$



Дано:  $ABCD$  - прямоугольник:  $AB = 8$  см,  
 $AD = 15$  см,  $AP \perp BD$

Найти:  $BP, PD$

1)  $\triangle ABD$  - прямоугольный

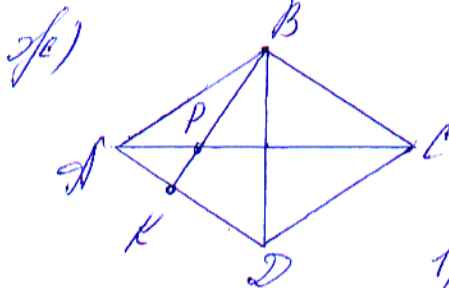
$$AB^2 + AD^2 = BD^2 \text{ (т. Пифагора)}$$

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{64 + 225} = \sqrt{289} = 17 \text{ см.}$$

2) Пусть  $BP = x$ , тогда  $PD = 17 - x$ . По свойству катета прямоугольного треугольника:

$$\frac{BD}{AB} = \frac{AB}{BP}; \quad \frac{17}{8} = \frac{15}{x}; \quad x = \frac{8 \cdot 15}{17} = \frac{120}{17} = 7 \frac{1}{17} \text{ см.}$$

$$PD = 17 - 7 \frac{1}{17} = 9 \frac{16}{17} \text{ см.}$$



Дано:  $ABCD$  - ромб.  $BK$  - высота  
 $BP = 10$  см,  $PK = 6$  см.

Найти:  $P$

1)  $AC$  - биссектриса  $\angle A$  (св-во ромба)

$$\triangle ABK: \quad \frac{PK}{AK} = \frac{BP}{AB} \text{ (свойство биссектрисы треугольника)}$$

$$\frac{10}{AK} = \frac{6}{AK} = \frac{10}{AB} \quad \text{Пусть } AB = x, AK = y, BK = BP + PK = 6 + 10 = 16 \text{ см.}$$

$$\text{По т. Пифагора: } AB^2 = AK^2 + BK^2; \quad x^2 = y^2 + 256.$$

Найдем систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 = y^2 + 256 \\ \frac{6}{y} = \frac{10}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 + 256 \\ 6x = 10y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = y^2 + 256 \\ 3x = 5y \end{cases}$$

Из второго уравнения  $y = \frac{3}{5}x$ . Подставим:

$$x^2 = \left(\frac{3}{5}x\right)^2 + 256$$

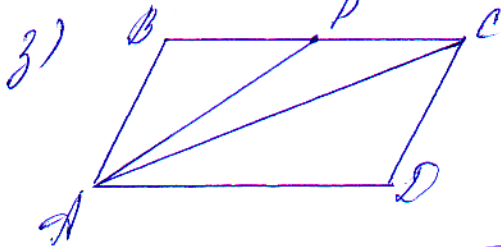
$$x^2 = \frac{9}{25}x^2 + 256$$

$$\frac{16}{25}x^2 = 256$$

$$\frac{4}{5}x = 16$$

$$x = 20 \Rightarrow AB = 20 \text{ см.}$$

2) Найдем периметр:  $P = 4AB = 4 \cdot 20 = 80 \text{ см.}$



Дано:  $ABCD$  - параллелограмм.  
 $AP$  - биссектриса  $\angle A$ .  $BP = 24$  см,  $PC = 16$  см.  
 $\angle A = 30^\circ$ .

Найти:  $S$

1)  $\triangle ABC$ :  $AP$  - биссектриса.  $\frac{AB}{BP} = \frac{AC}{PC}$  - свойство биссектрисы.

Пусть  $AB = x$ ,  $AC = y$ . Получим:  $\frac{x}{24} = \frac{y}{16}$ ;  $2x = 3y$ .

2)  $\angle A + \angle B = 180^\circ$  (как внутренние односторонние углы)  
 $\angle B = 180 - \angle A = 180 - 30 = 150^\circ$

По th. косинусов получим:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos 150^\circ; \quad BC = BP + PC = 24 + 16 = 40 \text{ см.}$$

$$y^2 = x^2 + 40^2 - 2 \cdot 40x \cos 150^\circ; \quad \cos 150^\circ = -\cos(180^\circ - 150^\circ) = -\cos 30^\circ$$

$$y^2 = x^2 + 1600 + 80x \cos 30^\circ$$

Получим систему:

$$\begin{cases} 2x = 3y \\ y^2 = x^2 + 1600 + 80x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 3y \\ y^2 = x^2 + 1600 + 40x\sqrt{3} \end{cases}$$

Из первого уравнения:  $y = \frac{2}{3}x$ . Получим:

$$\frac{4}{9}x^2 = x^2 + 40x\sqrt{3} + 1600$$

$$\frac{5}{9}x^2 + 40x\sqrt{3} + 1600 = 0$$

$$5x^2 + 360x\sqrt{3} + 1600 = 0$$

$$x^2 + 72x\sqrt{3} + 320 = 0$$

$$D = (72\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 320 \cdot 1 = 15552 - 1280 = 14272$$

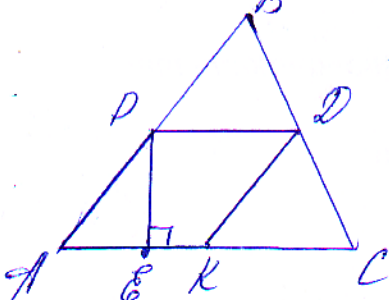
$$\sqrt{D} = \sqrt{14272} = 2\sqrt{3568} = 4\sqrt{892} = 8\sqrt{223}$$

$$x_1 = \frac{-72\sqrt{3} + 8\sqrt{223}}{2} = 4\sqrt{223} - 36\sqrt{3}$$

$$x_2 = \frac{-72\sqrt{3} - 8\sqrt{223}}{2} = -4\sqrt{223} - 36\sqrt{3} < 0 \text{ (не имеет смысла)}$$

3) Найдем площадь:  $S = AB \cdot AD \sin \angle A$

$$S = (4\sqrt{223} - 36\sqrt{3}) \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} = 20(4\sqrt{223} - 36\sqrt{3}) \text{ см}^2.$$



Дано:  $\triangle ABC$ :  $\angle A = 30^\circ$ ,  $AB = 12$  см,  $AC = 18$  см;  
 вписан ромб  $APDK$ .

Найти:  $PE$ .

1)  $\triangle PBD \sim \triangle ABC$ . Пусть  $AP = x$ , тогда  $BP = 12 - x$ . Из подобия получим:

$$\frac{AC}{PD} = \frac{AB}{BP}; \quad \frac{18}{x} = \frac{12}{12-x}$$

$$18(12-x) = 12x$$

$$3(12-x) = 2x$$

$$36 - 3x = 2x$$

$$5x = 36$$

$$x = \frac{36}{5} = 7,2; \quad AP = 7,2 \text{ см.}$$

2)  $\triangle APE$  - прямоугольный

$$\sin \angle A = \frac{PE}{AP} \Rightarrow PE = AP \sin \angle A = 7,2 \cdot \sin 30^\circ = 7,2 \cdot \frac{1}{2} = 3,6 \text{ см.}$$

② Трапеция.

а) Основания прямоугольной трапеции равны 2 см и 3 см. Большая диагональ трапеции является биссектрисой острого угла. Найти периметр трапеции.

б) В равнобедренной трапеции диагональ равна 17 см, а высота - 8 см. Найти площадь трапеции.

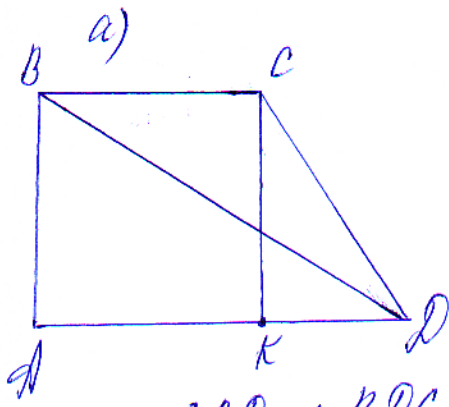
в) Основания равнобедренной трапеции равны 13 см и 5 см, а диагонали перпендикулярны боковым сторонам. Найти площадь трапеции.

г) Диагональ прямоугольной трапеции равна  $5\sqrt{3}$  см и перпендикулярна большей боковой стороне. Эта диагональ образует с большим основанием угол в  $30^\circ$ . Найти периметр трапеции.

д) Длины оснований трапеции 10 см и 24 см, а длины боковых сторон равны 13 см и 15 см. Найти площадь трапеции.

е) Диагонали равнобедренной трапеции являются биссектрисой острого угла и делят (высоту) среднюю линию на отрезки 13 см и 23 см. Найти площадь трапеции.

ж) В трапеции меньшая диагональ (равна) перпендикулярна обоим основаниям. Сумма острых углов трапеции равна  $90^\circ$ , а основания равны 9 см и 16 см. Найти боковые стороны трапеции.



Дано:  $ABCD$  - трапеция,  $AD = 36$  см,  $BC = 26$  см  
 $\angle ADB = \angle BDC$ .

Найти:  $P$

$$\left. \begin{array}{l} 1) \angle ADB = \angle BDC \text{ (накрест лежащие)} \\ \angle DAB = \angle BDC \text{ (по условию)} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \angle CBD = \angle BDC \Rightarrow \triangle BCD$  - равнобедренный  $\Rightarrow BC = CD = 26$  см.

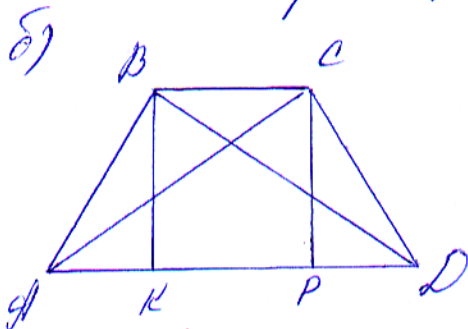
2)  $CK \perp AD$  (высота)  $\Rightarrow ABCK$  - прямоугольник  $\Rightarrow BC = AK = 26$  см.

$$AK + KD = AD \Rightarrow KD = AD - AK = 36 - 26 = 10 \text{ см}; CK = AB.$$

3)  $\triangle DCK$  - прямоугольный:  $CD^2 = KD^2 + CK^2$  (т. Пифагора)

$$CK = \sqrt{CD^2 - KD^2} = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24 \text{ см}. AB = CK = 24 \text{ см}.$$

4) Найдем периметр:  $P = AB + BC + CD + AD = 24 + 26 + 26 + 36 = 112$  см.



Дано:  $ABCD$  - равнобедренная трапеция  
 $AC = 17$  см,  $CP = 8$  см.

Найти:  $S$ .

1)  $BD = AC$  (т.к. трапеция равнобедренная)

2)  $\triangle ACP$  - прямоугольный:  $AC^2 = CP^2 + AP^2$  (т. Пифагора)

$$AP = \sqrt{AC^2 - CP^2} = \sqrt{289 - 64} = \sqrt{225} = 15 \text{ см}.$$

3)  $\triangle BKD = \triangle ACP \Rightarrow KD = AP = 15$  см.

Т.к.  $BCPK$  - прямоугольник, то  $KP = BC$ .

$$AP = AK + KP = AK + BC$$

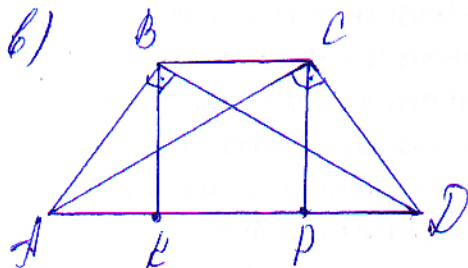
$$KD = KP + PD = BC + PD$$

Сложим полученные равенства. Учет, что  $AD = AK + KP + PD$

$$AP + KD = AK + BC + PD + BC.$$

$$AP + KD = AD + BC \Rightarrow AD + BC = 15 + 15 = 30 \text{ см}.$$

4) Найдем площадь:  $S = \frac{AD + BC}{2} \cdot CP = \frac{30}{2} \cdot 8 = 120 \text{ см}^2$



Дано:  $ABCD$  - равнобедренная трапеция  
 $AD = 13$  см,  $BC = 5$  см;  $AC \perp CD$ ,  $BD \perp AB$

Найти:  $S$

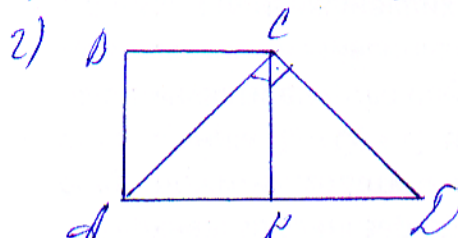
- 1) Проведем  $BK \perp AD$ .  $\triangle ABK = \triangle PCD$  (т.к.  $AB=CD$ ;  $BK=CP$ )  $\Rightarrow$   
 $\Rightarrow AK=PD$ .  $KP=BC$  (т.к.  $BCPK$  - прямоугольник)  
 $AD=AK+KP+PD$ ;  $AD=BC+2PD$ ;  $PD = \frac{AD-BC}{2} = \frac{13-5}{2} = 4$  см.  
 $AP=AK+KP = 4+5 = 9$  см.

2)  $\triangle ADC$  - прямоугольный:

$$\frac{AP}{CP} = \frac{CP}{PD} \text{ (свойство высоты прямоугольного треугольника)}$$

$$CP = \sqrt{AP \cdot PD} = \sqrt{9 \cdot 4} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ см.}$$

3) Найдем площадь:  $S = \frac{BC+AD}{2} \cdot CP = \frac{13+5}{2} \cdot 6 = 9 \cdot 6 = 54 \text{ см}^2$



Дано:  $ABCD$  - прямоугольная трапеция  
 $AC = 5\sqrt{3}$  см,  $\angle CAD = 30^\circ$   
 Найти:  $P$ .

1)  $\triangle ACD$  - прямоугольный;  $\angle D = 180^\circ - \angle CAD - \angle ACD = 180 - 30 - 90 = 60^\circ$

2)  $\triangle ACK$  - прямоугольный:  $\sin \angle CAK = \frac{CK}{AC} \Rightarrow CK = AC \sin \angle CAK =$   
 $= 5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = 2,5\sqrt{3}$  см

$$\cos \angle CAK = \frac{AK}{AC} \Rightarrow AK = AC \cos \angle CAK = 5\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 7,5 \text{ см.}$$

$BC = AK = 7,5$  см;  $AB = CK = 2,5\sqrt{3}$  см (т.к.  $ABCK$  - прямоугольник)

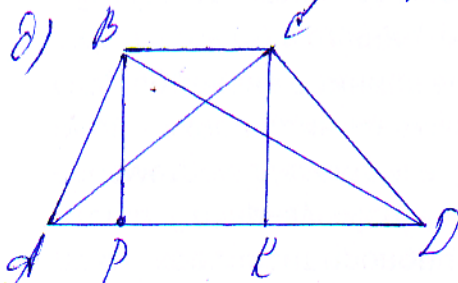
3)  $\triangle CKD$  - прямоугольный

$$\sin \angle D = \frac{CK}{CD} \Rightarrow CD = \frac{CK}{\sin \angle D} = \frac{2,5\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 5 \text{ см.}$$

$$\tan \angle D = \frac{CK}{KD} \Rightarrow KD = \frac{CK}{\tan \angle D} = \frac{2,5\sqrt{3}}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 2,5 \text{ см.}$$

$$AD = AK + KD = 7,5 \text{ см} + 2,5 \text{ см} = 10 \text{ см.}$$

4) Найдем периметр:  $P = AB + BC + CD + AD = 2,5\sqrt{3} + 7,5 + 5 + 10 = 22,5 + 2,5\sqrt{3}$  см.



Дано:  $ABCD$  - трапеция;  $AD = 24$  см,  $BC = 10$  см  
 $AB = 13$  см,  $CD = 15$  см.

Найти:  $S$

1) Пусть  $AP = x$ ,  $KD = y$ . Тогда:

$$AD = AP + PK + KD = AB + BC + KD \text{ (т.к. } PK = BC)$$

$$24 = x + 10 + y; \quad x + y = 14$$

2)  $\triangle ABP$  - прямоугольный:  $AB^2 = AP^2 + BP^2$  (т.к. Пифагора)

$$BP^2 = AB^2 - AP^2 = 169 - x^2$$



3)  $\triangle CKD$  - прямоугольный.  $CD^2 = KD^2 + CK^2$  (т. Пифагора)  
 $CK^2 = CD^2 - KD^2 = 225 - y^2$ . Т.к.  $\angle BP = CK$ , то

$$225 - y^2 = 169 - x^2$$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=14 \\ 225-y^2=169-x^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=14 \\ x^2-y^2=169-225 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=14 \\ (x+y)(x-y)=-56 \end{cases}$$

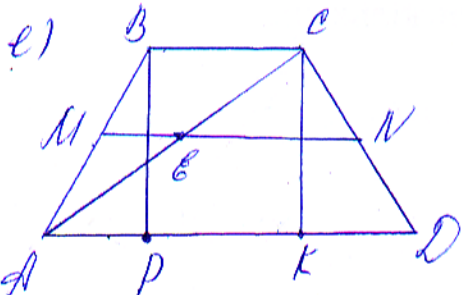
$$\begin{cases} 14(x+y)=14 \\ 14(x-y)=-56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=14 \\ x-y=-4 \end{cases} \text{ сложим уравнения:}$$

$$2x = 10$$

$$x = 5 \Rightarrow AP = 5 \text{ см.}$$

$$BP = \sqrt{AB^2 - AP^2} = \sqrt{169 - 25} = \sqrt{144} = 12 \text{ см.}$$

4) Найдем площадь:  $S = \frac{BC+AD}{2} \cdot BP = \frac{10+24}{2} \cdot 12 = 204 \text{ см}^2$



Дано:  $ABCD$  - равнобедренная трапеция,  
 $MN$  - средняя линия.  $EM = BM$ ,  $EN = 23 \text{ см.}$   
 $\angle BAC = \angle CAD$ .

Найти:  $S$ .

1)  $\triangle ABC$ :  $MB$  - средняя линия.  $MB = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 2MB = 2 \cdot 13 = 26 \text{ см.}$

2)  $\triangle ACD$ :  $EN$  - средняя линия.  $EN = \frac{1}{2} AD \Rightarrow AD = 2EN = 2 \cdot 23 = 46 \text{ см.}$

3)  $\angle BCA = \angle CAD$  (внутренние накрест лежащие)  
 $\angle BAC = \angle CAD$  (по условию)  $\Rightarrow \angle BMC = \angle BCA$

$\triangle ABC$  - равнобедренный  $\Rightarrow BC = AB = 26 \text{ см.}$

4)  $\triangle ABP = \triangle CKD$  ( $AB = CD$ ;  $BP = CK$ )  $\Rightarrow AP = KD$ . Т.к.  $\angle BC = KP$ :

$$AD = AP + PK + KD = 2AP + BC$$

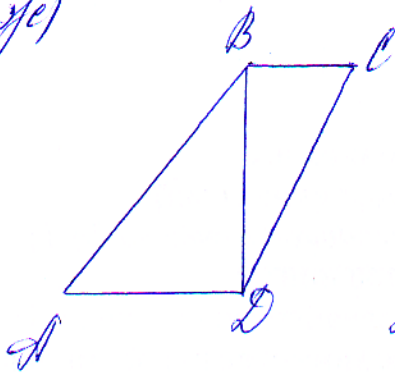
$$2AP = AD - BC; \quad AP = \frac{AD - BC}{2} = \frac{46 - 26}{2} = 10 \text{ см.}$$

5)  $\triangle ABP$  - прямоугольный:  $AB^2 = AP^2 + BP^2$  (т. Пифагора)

$$BP = \sqrt{AB^2 - AP^2} = \sqrt{676 - 100} = \sqrt{576} = 24 \text{ см.}$$

Найдем площадь:  $S = \frac{BC+AD}{2} \cdot BP = \frac{46+26}{2} \cdot 24 = 864 \text{ см}^2$

д)е)



Дано:  $ABCD$ -трапеция.  $BC=9$  см,  $AD=16$  см.

$\angle A + \angle C = 90^\circ$ ,  $BD \perp AD$ .

Найти:  $AB$ ,  $CD$

- 1)  $\angle A + \angle C = 90^\circ$  (по условию)  $\Rightarrow \angle C = 90^\circ - \angle A$
- 2)  $\triangle BDC$ :  $\angle C + \angle BDC + \angle DBC = 180^\circ$ ,  $\angle DBC = 90^\circ$   
 $\angle C = 180^\circ - 90^\circ - \angle BDC = 90^\circ - \angle BDC$ .

$$\left. \begin{array}{l} \angle C = 90^\circ - \angle A \\ \angle C = 90^\circ - \angle BDC \end{array} \right\} \Rightarrow \angle A = \angle BDC$$

3)  $\triangle ADB$  &  $\triangle DBC$  (прямоугольные и  $\angle A = \angle BDC$ )

$$\frac{BC}{BD} = \frac{BD}{AD} \Rightarrow BD^2 = AD \cdot BC, \quad BD = \sqrt{AD \cdot BC} = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12 \text{ см.}$$

4)  $\triangle ABD$ -прямоугольный  $AB^2 = AD^2 + BD^2$  (т. Пифагора)

$$AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = \sqrt{256 + 144} = \sqrt{400} = 20 \text{ см.}$$

5)  $\triangle BDC$ -прямоугольный:  $CD^2 = BD^2 + BC^2$  (т. Пифагора)

$$CD = \sqrt{BD^2 + BC^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15 \text{ см.}$$

Задачи для самостоятельного решения.

- 1) Диагонали ромба равны 18 см и 12 см. Найти высоту ромба.
- 2) Высота, проведенная из вершины тупого угла ромба, делит сторону основания на отрезки 7 см и 8 см, считая от вершины тупого угла. Найти диагонали ромба.
- 3) Высоты параллелограмма, проведенные из вершины тупого угла, равны 15 см и 12 см. Они образуют угол 30 градусов между собой. Найти площадь параллелограмма.
- 4) Диагональ параллелограмма перпендикулярна меньшей боковой стороне и равна 8 см. С большей боковой стороной она образует угол 30°. Найти вторую диагональ параллелограмма.
- 5) Диагонали ромба относятся как 5:12, а высота ромба равна 60 см. Найти площадь ромба.
- 6) Меньшая сторона параллелограмма равна 13 см, а высота, проведенная к большей стороне, равна 12 см. Найти площадь параллелограмма, если меньшая диагональ равна 15 см.
- 7) Меньшая сторона параллелограмма равна 37 см, ее перпендикуляр, проведенный к большей стороне из точки пересечения диагоналей, делит ее на отрезки 26 см и 14 см, начиная от вершины острого угла. Найти диагонали параллелограмма.
- 8) Диагонали параллелограмма равны 16 см и 20 см и одна из них перпендикулярна боковой стороне. Найти площадь параллелограмма.
- 9) Сумма диагоналей ромба равна 14 см, а сторона ромба равна 5 см. Найти площадь параллелограмма ромба.
- 10) Найти площадь параллелограмма, если его диагонали равны 3 см и 5 см, а острый угол параллелограмма 60°.
- 11) Диагонали параллелограмма равны 12 см и 16 см. Они образуют острый угол 60°. Найти периметр параллелограмма.
- 12) Большая диагональ ромба равна  $4\sqrt{3}$  см, а тупой угол его равен 120°. Найти высоту ромба.

- 13) Биссектриса угла прямоугольника, делит его сторону в отношении  $3:1$ , считая от ближайшей к этому углу.
- 14) Диагональ прямоугольника равна  $50\text{ см}$ . Найти его площадь.
- 14) Биссектриса угла  $A$  прямоугольника  $ABCD$  делит сторону  $BC$  на отрезки  $10\text{ см}$  и  $14\text{ см}$ . На какие отрезки она делит диагональ?
- 15) Перпендикуляр, опущенный из вершины прямого угла на диагональ прямоугольника, равен  $12\text{ см}$  и делит диагональ на отрезки, разности которых, равна  $7\text{ см}$ . Найти периметр прямоугольника.
- 16) Диагональ прямоугольника равна  $10\text{ см}$ , а проекция меньшей стороны на диагональ равна  $3,6\text{ см}$ . Найти площадь прямоугольника.
- 17) Меньшее основание равнобедренной трапеции равно  $15\text{ см}$ , а высота  $3\sqrt{3}$ . Найти площадь трапеции, если ее тупой угол равен  $150^\circ$ .
- 18) Большее основание трапеции равно  $20\text{ см}$ , а отрезок средней линии, заключенный между диагоналями, равен  $6\text{ см}$ . Найти меньшее основание.
- 19) Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна боковой стороне. Основания трапеции равны  $10\text{ см}$  и  $26\text{ см}$ . Найти площадь трапеции.
- 20) Тупой угол прямоугольной трапеции равен  $120^\circ$ , а средняя линия равна  $8\text{ см}$ . Найти периметр трапеции, если основания ее относятся как  $4:8$ .
- 21) Большее основание равнобедренной трапеции равно  $14\text{ см}$ , боковая сторона  $17\text{ см}$ , а диагональ равна  $30\text{ см}$ . Найти площадь трапеции.
- 22) Найти площадь трапеции, основания которой равны  $9\text{ см}$  и  $11\text{ см}$ , а диагонали —  $12\text{ см}$  и  $16\text{ см}$ .
- 23) Меньшее основание трапеции равно  $4\text{ см}$ , а тупые углы при нем равны  $120^\circ$  и  $135^\circ$ . Найти площадь трапеции, если высота ее равна  $6\text{ см}$ .
- 24) Диагональ равнобедренной трапеции образует с основанием угол  $30^\circ$ . Основания трапеции равны  $8\text{ см}$  и  $14\text{ см}$ , а диагональ —  $8\sqrt{3}\text{ см}$ . Найти боковую сторону трапеции.

25) Боковая сторона равнобедренной трапеции равна 52 см, а высота 48 см. Найти большее основание трапеции, если ее средняя линия равна 30 см.

26) Меньшая <sup>диагональ</sup> сторона прямоугольной трапеции перпендикулярна большей боковой стороне и равна 15 см. Высота трапеции равна 12 см. Найти периметр.

27) Диагональ равнобедренной трапеции является биссектрисой ее тупого угла. Меньшее основание трапеции равно 3 см, а периметр ее 42 см. Найти площадь трапеции.

28) Диагональ равнобедренной трапеции перпендикулярна ее боковой стороне. Основания трапеции равны 100 см и 28 см. Найти боковой из отрезков, на которые диагональ делит высоту трапеции.

29) Меньшее основание прямоугольной трапеции равно боковой боковой стороне. Диагональ разбивает высоту на отрезки, равные 20 см и 12 см (считая от вершины тупого угла). Найти площадь трапеции.