6. Прогрессии.

Примеры решения задач

① Арифметическая прогрессия:

а) Найти 8-й член прогрессии: $\div 3; 8; 13, \dots$

б) Найти сумму первых 10 членов прогрессии: $\div 53; 49; 44 \dots$

в) Сколько положительных членов содержит прогрессия: $\div 65; 62; 59; \dots$

г) Четвертый член арифметической прогрессии равен (-4), а 17-й равен (-17). Чему равна сумма 30 её первых членов

д) Сумма второго и десятого члена арифметической прогрессии составляет 24, а произведение первого и одиннадцатого членов составляет 44. Вычислить седьмой член прогрессии.

е) Сумма 3-го и 9-го членов арифметической прогресси равна 8. Найти сумму первых 11 членов прогрессии.

ж) Вычислить сумму: $7{,}5 + 9{,}8 + 12{,}1 + \dots + 53{,}5$

з) Решить уравнение: $(x+2) + (x+5) + \dots + (x+32) = 220$.

Решение:

а) Имеем: $a_1 = 3$, $a_2 = 8$. Вычислим разность прогресси:
$d = a_2 - a_1 = 8 - 3 = 5$ По формуле общего члена арифметической прогрессии получим: $a_8 = a_1 + (8-1) \cdot d = 3 + 7 \cdot 5 = 38$.

б) Имеем: $a_1 = 53$, $a_2 = 49$. Вычислим разность прогрессии:
$d = a_2 - a_1 = 49 - 53 = -4$. По формуле суммы n первых членов прогрессии получим: $S_{10} = \frac{2a_1 + (10-1)d}{2} \cdot 10 = \frac{2 \cdot 53 + 9 \cdot (-4)}{2} \cdot 10 = (106 - 36) \cdot 5 = 350$.

в) Положительные члены прогрессии удовлетворяют условию $a_n > 0$. Т.к. $a_1 = 65$ и $a_2 = 62$, найдем разность прогрессии: $d = a_2 - a_1 = 62 - 65 = -3$. По формуле общего члена арифметической прогрессии получим:

$a_1 + (n-1)d > 0$

$65 + (n-1) \cdot (-3) > 0$

$65 - 3n + 3 > 0$

$68-3n>0$

$3n<68$

$n<\frac{68}{3}$

$n<22\frac{2}{3}$

Т.к. n – целое число, то получим, что $n=22$.

г) Дано: $a_4=-4$; $a_{17}=-17$. Найти: S_{30}

Запишем формулу общего члена для $n=4$ и $n=17$:

$a_4=a_1+(4-1)d=a_1+3d$; $a_{17}=a_1+(17-1)d=a_1+16d$.

Получим систему

$\begin{cases} a_1+3d=-4 \\ a_1+16d=-17 \end{cases}$

Вычтем уравнения системы. Получим:

$-13d=13$ Откуда $d=-1$.

$a_1=-4-3d=-4-3\cdot(-1)=-1$.

По формуле суммы n первых членов прогрессии:

$S_{30}=\frac{2a_1+(30-1)d}{2}\cdot 30=\frac{2\cdot(-1)+29\cdot(-1)}{2}\cdot 30=(-2-29)\cdot 15=-465$.

д) Дано: $a_2+a_{10}=24$, $a_1\cdot a_{11}=44$. Найти: a_7

Выразим 2-й, 10-й и 11-й члены прогрессии через 1-й член и разность:

$a_2=a_1+d$; $a_{10}=a_1+9d$; $a_{11}=a_1+10d$. Получим систему:

$\begin{cases} a_2+a_{10}=24 \\ a_1\cdot a_{11}=44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1+d+a_1+9d=24 \\ a_1(a_1+10d)=44 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a_1+10d=24 \\ a_1(a_1+10d)=44 \end{cases} \Rightarrow$

$\begin{cases} a_1+5d=\cancel{24}\ 12 \\ a_1(a_1+10d)=44 \end{cases}$

Из первого уравнения получим: $a_1=12-5d$. Подставим во второе уравнение:

$(12-5d)(12-5d+10d)=44$

$(12-5d)(12+5d)=44$

$144-25d^2=44$

$-25d^2=-100$

$d^2=4$

$d_1=2$ или $d_2=-2$

Найдем первый член прогрессии:

$(a_1)_1 = 12 - 5 \cdot 2 = 2$

$(a_1)_2 = 12 - 5 \cdot (-2) = 22$

Получим два возможных значения 7-го члена:

$(a_7)_1 = 2 + 6 \cdot 2 = 14$

$(a_7)_2 = 22 + 6 \cdot (-2) = 10.$

е) Имеем: $a_3 + a_9 = 8$. По формуле суммы n первых членов

$S_{11} = \frac{2a_1 + (11-1)d}{2} \cdot 11 = \frac{2a_1 + 10d}{2} \cdot 11 = (a_1 + 5d) \cdot 11.$

Выразим 3-й и 9-й члены прогрессии через 1-й член и разность:

$a_3 = a_1 + 2d, \quad a_9 = a_1 + 8d$

Т.к. $a_3 + a_3 = 8$, то:

$a_1 + 2d + a_1 + 8d = 8$

$2a_1 + 10d = 8 \;|:2$

$a_1 + 5d = 4.$

Получим: $S_{11} = (a_1 + 5d) \cdot 11 = 4 \cdot 11 = 44.$

ж) $7{,}5 + 9{,}8 + 12{,}1 + \dots + 53{,}5$. Вычислим: $9{,}8 - 7{,}5 = 2{,}3$; $12{,}1 - 9{,}8 = 2{,}3$

Значит, мы имеем дело с арифметической прогрессией в которой $a_1 = 7{,}5$, $d = 2{,}3$, $a_n = 53{,}5$. Требуется вычислить ее сумму: $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

Найдем количество членов суммы: $a_n = a_1 + (n-1)d$. Получим:

$53{,}5 = 7{,}5 + (n-1) \cdot 2{,}3$

$2{,}3(n-1) = 46$

$n - 1 = 20$

$n = 21.$

Найдем сумму: $S_{21} = \frac{a_1 + a_{21}}{2} \cdot 21 = \frac{7{,}5 + 53{,}5}{2} \cdot 21 = 640{,}5.$

з) Решить уравнение: $(x+2) + (x+5) + \dots + (x+32) = 220.$

Найдем разность данной прогрессии: $d = a_2 - a_1 = x + 5 - (x+2) =$
$= x + 5 - x - 2 = 3$. По условию $a_n = x + 32$. Найдем номер этого члена. По формуле общего члена имеем:

$a_n = a_1 + (n-1)d$, $a_1 = x+2$

$x+32 = x+2+3(n-1)$

$3(n-1) = x+32-x-2$

$3(n-1) = 30$

$n-1 = 10$

$n = 11$

Уравнение представляет собой сумму n первых членов арифметической прогрессии. По формуле суммы имеем:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$\frac{x+2+x+32}{2} \cdot 11 = 220$$

$$\frac{2x+34}{2} \cdot 11 = 220 \quad | : 11$$

$x + 17 = 20$

$x = 3.$

2. Геометрическая прогрессия.

а) Найти 8-й член прогрессии: $\div\div$ 2; 8; 32; 128 ....;
$\div\div$ $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{8}$; ....

б) 9-й член геометрической прогрессии равен 768, а знаменатель прогресси равен 2. Вычислить сумму первых четырех членов прогрессии.

в) Между числами 1 и 256 вставить три числа так, чтобы все пять чисел образовали геометрическую прогрессию. В ответ записать сумму вставленных чисел.

г) В геометрической прогрессии с положительными членами 2-й член равен 6, а 4-й равен 54. Найти сумму первых семи членов.

д) Сумма 3-х первых членов геометрической прогресси равна 21, сумма 3-х последних членов этой прогрессии равна 1344. Вычислить сумму всей прогресси, если в ней 9 членов.

е) Вычислить суммы: 1) $3 - 1 + \frac{1}{3} - \frac{1}{9} \dots$ 2) $\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{1}{5\sqrt{5}} + \dots$

3) $\frac{3}{7} + 1 + \frac{9}{49} + \frac{1}{3} + \frac{27}{343} + \frac{1}{9} + \dots$

с) Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 25, а сумма ~~его~~ ее 1-го и 2-го членов равна 9. Найти 3-й член прогрессии.

д) В убывающей геометрической прогрессии сумма 3-х первых членов равна 28, а Σ 3-х следующих членов равна 3,5. Найти сумму этой прогрессии.

Решение:

а) 1) Имеем $b_1=2$, $b_2=8$. Вычислим знаменатель прогрессии: $q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{8}{2}=4$. По формуле общего члена получим:

$b_8=b_1q^{8-1}=2\cdot 4^7=32768.$

2) Имеем $b_1=\frac{2}{3}$, $b_2=\frac{1}{2}$. Вычислим знаменатель прогрессии:

$q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{2}{3}:\frac{1}{2}=\frac{1}{2}:\frac{2}{3}=\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}=\frac{3}{4}$. По формуле общего члена получим: $b_8=b_1q^7=\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^7=\frac{2}{3}\cdot\frac{3^7}{2^{14}}=\frac{3^6}{2^{13}}=\frac{729}{8192}.$

б) Дано: $b_9=768$, $q=2$. Найти: S_4

Запишем формулу для 9-го члена прогрессии: $b_9=b_1q^8$

$768=b_1\cdot 2^8$; $768=256b_1$, $b_1=3$.

По формуле суммы геометрической прогрессии получим:

$S_4=b_1\cdot\frac{q^4-1}{q-1}=3\cdot\frac{2^4-1}{2-1}=3\cdot(16-1)=45.$

в) По условию задачи имеем: $b_1=1$; $b_5=\cancel{22}\,256$. Выразим b_5 через 1-й член и знаменатель прогрессии: $b_5=b_1q^4$

$256=1\cdot q^4$

$q^4=256$

$q=4$ или $q=-4$.

Вычислим 2-й, 3-й и 4-й члены для обоих случаев:

1) $b_2=b_1q=1\cdot 4=4$; $b_3=b_2q=4\cdot 4=16$; $b_4=b_3q=16\cdot 4=64$.

2) $b_2=b_1q=1\cdot(-4)=-4$; $b_3=b_2q=-4\cdot(-4)=16$; $b_4=b_3q=16\cdot(-4)=-64$.

В I случае получим прогрессию:

$\div\div$ 1; 4; 16; 64; 256

Во II случае получим прогрессию:

$\div\div$ 1; -4; 16; -64; 256

Сумма вставленных чисел в I случае составит:

$b_2+b_3+b_4=4+16+64=84$

Во II случае сумма вставленных чисел составит:

$b_2+b_3+b_4=-4+16-64=-52$.

г) Дано: $b_2=6$, $b_4=54$. Найти: S_7 -?

Запишем формулы общего члена для b_2 и b_4

$b_2=b_1q$; $b_4=b_1q^3$. Получим систему:

$\begin{cases} b_1q=6 \\ b_1q^3=54 \end{cases}$ Разделим второе уравнение на первое:

$\frac{b_1q^3}{b_1q}=\frac{54}{6}$; $q^2=9$; $q=3$.

Найдем первый член прогрессии:

$3b_1=6$; $b_1=2$

По формуле суммы n первых членов прогрессии получим:

$S_7=\frac{b_1(q^7-1)}{q-1}=\frac{2(3^7-1)}{3-1}=3^7-1=2187-1=2186$.

д) Дано: $n=9$; $S_3=21$, $b_7+b_8+b_9=1344$. Найти: S_9 -?

Для S_3 по формуле суммы имеем: $S_3=\frac{b_1(q^3-1)}{q-1}=$

$=\frac{b_1(q-1)(q^2+q+1)}{q-1}=b_1(q^2+q+1)$. Значит:

$b_1(q^2+q+1)=21$.

Выразим b_7, b_8 и b_9 через первый член и знаменатель:

$b_7=b_1q^6$, $b_8=b_1q^7$, $b_9=b_1q^8$. Получим:

$b_7+b_8+b_9=1344 \Rightarrow b_1q^6+b_1q^7+b_1q^8=1344$; $b_1q^6(1+q+q^2)=1344$.

Составим систему:

$\begin{cases} b_1q^6(1+q+q^2)=1344 \\ b_1(q^2+q+1)=21 \end{cases}$ Разделим первое уравнение на второе:

$\frac{b_1q^6(1+q+q^2)}{b_1(q^2+q+1)}=\frac{1344}{21}$; $q^6=64$; $q=2$.

Из второго уравнения получим:

$b_1(2^2+2+1)=21$; $7b_1=21$; $b_1=3$.

Сумма прогрессии: $S_9=\frac{b_1(q^9-1)}{q-1}=\frac{3\cdot(2^9-1)}{2-1}=3\cdot(512-1)=1533$.

е) 1) $3-1+\frac{1}{3}-\frac{1}{9}+\dots$

Заметим, что модули слагаемых представляют собой степени числа 3 по убыванию, т.е. они являются членами убывающей геометрической прогрессии. Вычислим её знаменатель.

$q=\frac{b_2}{b_1}=-\frac{1}{3}.$

Найдем сумму: $S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{3}{1-(-\frac{1}{3})}=\frac{3}{1+\frac{4}{3}}=\frac{3}{\frac{7}{3}}=\frac{9}{7}=1\frac{2}{7}$

2) $\sqrt{5}+\frac{\sqrt{5}}{5}+\frac{1}{5\sqrt{5}}+\dots$

Проверим, не являются ли члены суммы членами геометрической прогрессии. По её характеристическому свойству получим: $b_2=\sqrt{b_1 b_3}$.

$\frac{\sqrt{5}}{5}=\sqrt{\sqrt{5}\cdot\frac{1}{5\sqrt{5}}}$; $\frac{\sqrt{5}}{5}=\sqrt{\frac{1}{5}}$; $\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

Свойство выполняется, значит слагаемые - члены убывающей геометрической прогрессии. Вычислим её знаменатель и сумму

$q=\frac{b_2}{b_1}=\frac{\sqrt{5}}{5}:\sqrt{5}=\frac{1}{5}.$

$S=\frac{b_1}{1-q}=\frac{\sqrt{5}}{1-\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{5}}{\frac{4}{5}}=\frac{5\sqrt{5}}{4}$

3) $\frac{3}{7}+1+\frac{9}{49}+\frac{1}{3}+\frac{27}{343}+\frac{1}{9}+\dots$

Последовательно слагаемые не являются членами геометрической прогрессии, но числа $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}$ - это степени числа 3 по убыванию, а $\frac{3}{7}, \frac{9}{49}, \frac{27}{343}$ - степени дроби $\frac{3}{7}$ по возрастанию. При этом $\frac{3}{7}>\frac{9}{49}>\frac{27}{343}>\dots$, т.е. данная геометрическая прогрессия является убывающей. Искомая сумма является суммой двух убывающих геометрических прогрессий. Вычислим их знаменатели и суммы.

$q_1=\frac{1}{3}:1=\frac{1}{3}$; $q_2=\frac{9}{49}:\frac{3}{7}=\frac{9}{49}\cdot\frac{7}{3}=\frac{3}{7}.$

$S_1=\frac{1}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{\frac{2}{3}}=\frac{3}{2}$; $S_2=\frac{\frac{3}{7}}{1-\frac{3}{7}}=\frac{\frac{3}{7}}{\frac{4}{7}}=\frac{3}{4}.$

Значит:

$\frac{3}{7}+1+\frac{9}{49}+\frac{1}{3}+\frac{27}{343}+\frac{1}{9}+\dots=S_1+S_2=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}=\frac{9}{4}=2\frac{1}{4}.$

ж) Дано: $S = 25$; $b_1 + b_2 = 9$. Найти: b_3.

По формуле суммы убывающей геометрической прогрессии получим: $S = \frac{b_1}{1-q}$; $\frac{b_1}{1-q} = 25$; $b_1 = 25 \cdot (1-q)$

Т.к. $b_2 = b_1 q$, то $b_1 + b_1 q = 9$; $b_1(1+q) = 9$.

Составим систему:

$$\begin{cases} 25(1-q) = b_1 \\ b_1(1+q) = 9 \end{cases}$$

$$25(1-q)(1+q) = 9$$

$$1 - q^2 = \frac{9}{25}$$

$$q^2 = \cancel{\frac{9}{25}}\ 1 - \frac{9}{25}$$

$$q^2 = \frac{16}{25}; \quad q = \frac{4}{5}; \quad b_1 = 25\left(1 - \frac{4}{5}\right) = 25 \cdot \frac{1}{5} = 5$$

Т.к. $b_3 = b_1 q^2$, то получим: $b_3 = 5 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2 = 5 \cdot \frac{16}{25} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$

з) Дано: $S_3 = 28$, $b_4 + b_5 + b_6 = 3{,}5$; Найти: S

Выразим b_4, b_5, b_6 через первый член и знаменатель прогрессии:

$b_4 = b_1 q^3$, $b_5 = b_1 q^4$, $b_6 = b_1 q^5$. Получим: $b_1 q^3 + b_1 q^4 + b_1 q^5 = 3{,}5$ или

$b_1 q^3(1 + q + q^2) = 3{,}5$

Т.к. $S_3 = b_1 + b_2 + b_3$, то и $b_2 = b_1 q$, $b_3 = b_1 q^2$, то получим:

$b_1 + b_1 q + b_1 q^2 = 28$ или $b_1(1 + q + q^2) = 28$. Составим систему:

$$\begin{cases} b_1(1+q+q^2) = 28 \\ b_1 q^3(1+q+q^2) = 3{,}5 \end{cases}$$ Разделим первое уравнение на второе:

$$\frac{b_1(1+q+q^2)}{b_1 q^3(1+q+q^2)} = \frac{28}{3{,}5}; \quad \frac{1}{q^3} = 8; \quad q^3 = \frac{1}{8}; \quad q = \frac{1}{2}$$

Вычислим знаменатель прогрессии:

$$b_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 28; \quad \frac{7}{4} b_1 = 28 \quad b_1 = 28 : \frac{7}{4}; \quad b_1 = 16.$$

Вычислим сумму прогрессии: $S = \frac{b_1}{1-q} = \frac{16}{1-\frac{1}{2}} = 32$.

③ Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии:

а) Сумма трех чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 30. Если от 1-го числа отнять 5, от 2-го отнять 4, а 3-е оставить без изменений, то полученные числа образуют геометрическую прогрессию. Найти наибольшее из этих чисел.

б) Между числом 3 и неизвестным числом вставили еще одно число так, что все три числа образовали арифметическую прогрессию. Если средний ее член уменьшить на 6, получится геометрическая прогрессия. Найти неизвестное число.

Решение:

а) Пусть искомые числа будут: x, y, z. Т.к. они образуют арифметическую прогрессию, то: $y = \frac{x+z}{2}$. Получим $x+y+z=30$; $x+\frac{x+z}{2}+z=30$; $3x+3z=60$; $x+z=20$.

Значит: $y=\frac{x+z}{2}=\frac{20}{2}=10$.

После вычитания получим числа: $x-5$; $10-4=6$; z. Т.к. они образуют геометрическую прогрессию, то $\sqrt{(x-5)\cdot z}=6$ или $(x-5)z=36$.

Составим систему:

$\begin{cases} x+z=20 \\ (x-5)\cdot z=36 \end{cases}$ Из первого уравнения: $z=20-x$

$(x-5)(20-x)=36$

$20x-x^2-100+5x=36$

$-x^2+25x-136=0$

$x^2-25x+136=0$

$D=625-4\cdot1\cdot136=625-544=81$; $\sqrt{D}=9$

$x_1=\frac{25-9}{2}=8$ $x_2=\frac{25+9}{2}=17$

Значит: $z_1=20-8=12$; $z_2=20-17=3$.

Имеем 2 варианта арифметической прогрессии:

1) $\div 8; 10; 12$ 2) $\div 17; 10; 3$

Наибольшим из чисел является 17.

б) Пусть неизвестное число будет x, а вставленное – y. Получим арифметическую прогрессию: $\div\, 3;\, y;\, x$. Из ее характеристического свойства следует: $y = \frac{x+3}{2}$.

После вычитания получим геометрическую прогрессию $\div\!\div\, 3;\, y-6;\, x$. Т.к. $y = \frac{x+3}{2}$, то второй член примет вид: $y-6 = y\ \frac{x+3}{2} - 6 = \frac{x+3-12}{2} = \frac{x-9}{2}$.

По характеристическому свойству геометрической прогрессии получим: $\sqrt{3x} = \frac{x-9}{2}$. Возведем в квадрат:

$$3x = \frac{x^2-18x+81}{4} \ \Big|\cdot 4$$

$$x^2-18x+81 = 12x$$

$$x^2-30x+81 = 0.$$

$$D = 30^2 - 4\cdot 81 = 576;\ \sqrt{D} = 24$$

$x_1 = \frac{30-24}{2} = 3$, тогда $y = \frac{3+3}{2} = 3$

$x_2 = \frac{30+24}{2} = 27$, тогда $y = \frac{27+3}{2} = 15$

В первом случае арифметическая прогрессия имеет вид: $\div\, 3;\, 3;\, 3$, а геометрическая: $\div\!\div\, 3;\, -3;\, 3$

Во втором случае получим:

$\div\, 3;\, 15;\, 27$; $\div\!\div\, 3;\, 9;\, 27$

Оба варианта приемлемы.

Задачи для самостоятельного решения:

① Арифметическая прогрессия:

а) Найти 10-й член прогрессии:

1) ÷ 1; 5; 9; … 2) ÷ −6; −1; 4; … 3) ÷ 24; 17; 10; …

б) Вычислить сумму 6 первых членов прогрессии:

1) ÷ 4, 10; 16; … 2) ÷ 36; 33; 30; … 3) ÷ 10; 3; −4; …

в) 7-й член арифметической прогрессии равен 18,5, а 17-й член равен (−26,5). Вычислить 10-й член.

г) 5-й член арифметической прогрессии равен 27, а 27-й член равен 60. Найти сумму первых 20 членов.

д) Произведение 1-го и 5-го членов арифметической прогрессии 28, а сумма 2-го и 4-го равна 16. Вычислить 3-й член прогрессии.

е) Разность 7-го и 3-го членов арифметической прогрессии равна 8, а произведение 2-го и 7-го членов равно 75. Найти сумму первых 10 членов прогрессии.

ж) Сумма 4-го и 6-го членов арифметической прогрессии равна 14. Вычислить сумму первых 10 членов прогрессии.

з) 5-й член арифметической прогрессии равен 18, а 10-й равен 13. Вычислить сумму членов прогрессии с 20-го по 30-й включительно.

и) Найти сумму:

1) $2+6+10+\dots+198$ 2) $95+85+75+\dots+(-155)$

к) Решить уравнения:

1) $1+7+13+\dots+x=280$. 2) $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\dots+(x+28)=155$

② Геометрическая прогрессия.

а) Найти 6-й член прогрессии:

1) ÷÷ ~~7~~ 1; 7; 49; … 2) ÷÷ 32; 8; 2; … 3) ÷÷ 1000; −100; 10; …

б) Вычислить сумму первых ~~n~~ 5 членов прогрессии:

1) ÷÷ 12; −6; 3; … 2) ÷÷ 48; 12; 4; … 3) ÷÷ $-\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{2}$; …

в) 2-й член геометрической прогрессии равен 6, а 4-й равен 24. Вычислить сумму 8 первых членов г) Разность 1-го и 2-го членов геометрической прогрессии равна 4, а разность 3-го и 1-го членов равна 8. Найти 4-й член прогрессии.

д) 6-й член геометрической прогрессии больше 4-го в 4 раза, а сумма 5-го и 2-го членов равна 216. Найти 1-й член прогрессии.

е) Геометрическая прогрессия содержит 6 членов. Сумма трех первых членов равна 26, а трех последних равна 702. Найти 3-й член прогрессии.

ж) Найти 2-й член геометрической прогрессии, состоящей из 7 членов, если сумма 3 первых членов 26, а 3 последних 2106.

з) Найти суммы:

1) $\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\dots+$ 2) $4-2+1-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\dots$

3) $\sqrt{7}+\frac{\sqrt{7}}{7}+\frac{1}{7\sqrt{7}}+\dots$ 4) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}+1+\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}+\dots$

и) Сумма убывающей геометрической прогрессии равна 32, а сумма ее первых 5 членов равна 31. Найти 1-й член прогрессии.

к) 2-й член убывающей геометрической прогрессии равен $\left(-\frac{1}{2}\right)$, а ее сумма равна 1,6. Вычислить 1-й член прогр.

③ Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.

а) Сумма трех положительных чисел, образующих арифметическую прогрессию, равна 15. Если ко 2-му прибавить 1, к 3-му 5, а первое оставить без изменений, то получится геометрическая прогрессия. Найти эти числа.

б) Сумма 3-х чисел, образующих возрастающую геометрическую прогрессию, равна 65. Если от меньшего отнять 1, а от большего отнять 19, то получим арифметическую прогрессию. Какие это числа?

в) Три числа, образующих арифметическую прогрессию, дают в сумме 3. Найти эти числа, если при прибавлении к ним 1; 7; и 17 соответственно, мы получим геометрическую прогрессию.