**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ**

**Тема: «Числовые характеристики ДСВ»**

Основными характеристиками ДСВ являются математическое ожидание, дисперсия и среднеквадратическое отклонение.

Характеристикой среднего значения случайной величины служит математическое ожидание.

***Математическим ожиданием*** дискретной случайной величины называют сумму произведений всех ее возможных значений на их вероятности:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_2.png

***Свойства математического ожидания:***

1. Математическое ожидание постоянной величины равно самой постоянной:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_3.png

2. Постоянный можно выносить за знак математического ожидания:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_4.png

3. Математическое ожидание произведения взаимно независимых случайных величин равно произведению математических ожиданий сомножителей:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_5.png

4. Математическое ожидание суммы случайных величин равно сумме математических ожиданий слагаемых:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_6.png

(для разности аналогично)

Характеристиками рассеяния возможных значений случайной величины вокруг математического ожидания служат, в частности, дисперсия и среднее квадратичное отклонение.

***Дисперсией***случайной величины Х называют математическое ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_7.png

Дисперсию удобно вычислять по формуле:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_8.png

***Свойства дисперсии:***

**1.** Дисперсия постоянной равна нулю:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_9.png

**2.** Постоянный множитель можно выносить за знак дисперсии, предварительно возведя его в квадрат:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_10.png

**3.** Дисперсия суммы (разности) независимых случайных величин равна сумме дисперсий слагаемых:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_11.png

**4.**                                                                                                          https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_12.png

***Средним квадратичным отклонением*** случайной величины называют квадратный корень из дисперсии:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_13.png

**Рассмотрим следующие задачи.**

1. Математическое ожидание и дисперсия СВ Х соответственно равны

0,5 и 5. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_14.png.

Решение.

Согласно свойствам математического ожидания и дисперсии, получаем:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_15.png

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_16.png

1. Случайные величины X и Y независимы,

причем https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_17.png и https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_18.png. Найти https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_19.png, если https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_20.png.

Решение.

На основании свойств дисперсии получаем:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_21.png

**3.** Закон распределения ДСВ Х задан таблицей распределения

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_22.png | 1 | 2 | 3 | 4 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_24.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_25.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_26.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_27.png |

Найти: https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_28.png

1) Так как https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_29.png, т.е. https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_30.png, следовательно

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_31.png

Т.о. закон распределения примет вид

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_22.png | 1 | 2 | 3 | 4 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_24.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_25.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_26.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_37.png |

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_38.png

2) Для вычисления дисперсии воспользуемся формулой:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_8.png

Сначала найдем математическое ожидание ДСВ Х2 для этого составим закон распределения этой СВ. Напоминаю, что для этого необходимо каждое значение ДСВ Х возвести в квадрат, а вероятности оставляем прежними. При одинаковых значениях ДСВ вероятности складываем.

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_40.png

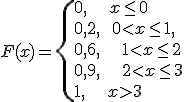
https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_41.png

3) Найдем среднее квадратичное отклонение:

https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_42.png

4) https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_43.png

**4.** Функция распределения ДСВ Х имеет вид



Найти: https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_45.png

Решение.

Составляем закон распределения ДСВ Х (т.е. выполняем операцию обратную той, которую мы делали в предыдущей статье)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_22.png | 0 | 1 | 2 | 3 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_48.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_49.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_50.png | 0,1 |

Составляем закон распределения ДСВ Х2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *x*2*i* | 0 | 1 | 4 | 9 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_48.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_49.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_50.png | 0,1 |

**5.** Независимые случайные величины X и Y заданы таблицами распределения вероятностей

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *y*2*i* | 10 | 20 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_48.png | 0,8 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| *y*2*i* | 30 | 40 | 50 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | 0,5 | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_50.png | https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_48.png |

Найти  двумя способами:

1. Составив предварительно таблицу распределения СВ ;

2. Используя правило сложения дисперсий.

Решение.

Составим таблицу распределения ДСВ .

Найдем

|  |  |
| --- | --- |
| 10+30=40 | 20+30=50 |
| 10+40=50 | 20+40=60 |
| 10+50=60 | 20+50=70 |

Т.о. значения ДСВ Z таковы:

Найдем соответствующие им вероятности:

Получаем ряд распределения СВ Z

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| z2*i* | 40 | 50 | 60 | 70 |
| https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_23.png | 0,1 | 0,46 | 0,28 | 0,16 |

2. Используя правило сложения дисперсий: D (Z) = D (X+Y)= : D (X)+ D (Y) https://fsd.kopilkaurokov.ru/up/html/2018/06/13/k_5b2163ad99bca/473233_8.png

D (Y) =1430-1369=61

D (X)=16+61=77