**ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ**

**Тема: «Основные законы распределения ДСВ»**

**1. Биномиальный закон распределения (биномиальное распределение) дискретных случайных величин.**

Дискретная случайная величина *Х* распределена по *биномиальному закону*, если она принимает значения 0,1,2…,*m*…,*n*… с вероятностями, которые находятся по формуле Бернулли:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | … | *m* | … | *n* |
|  |  |  | … |  | … |  |

………………………………………………...

**Теорема.** Математическое ожидание дискретной случайной величины, распределенной по биномиальному закону, равняется произведению числа всех испытаний на вероятность наступления события в отдельном испытании, то есть

**.**

Дисперсия равняется произведению числа всех испытаний на вероятность наступления и не наступления события в отдельном испытании, то есть

*.*

**Пример.**

По статистическим данным известно, что вероятность рождения мальчика составляет: *p* = 0,515.

Составить закон распределения числа мальчиков в семье с пятью детьми. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонениеи моду .

**Решение:**

*X* ‒ случайная величина ‒ число мальчиков в семье с пятью детьми.

Составим закон распределения числа мальчиков в семье с пятью детьми:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 0,026835 | 0,142475 | 0,302579 | 0,321296 | 0,170585 | 0,036227 |

Проверка:

1. Математическое ожидание:

2. Дисперсия:

3. Среднее квадратическое отклонение:

4. так как при *m* = 3 вероятность максимальная. Она составляет: *p* = 0,321296.

**2. Геометрический закон распределения (геометрическое распределение) дискретных случайных величин.**

Дискретная случайная величина распределена *геометрически*, если она принимает значения 1,2,…*m* …(бесконечное, но счетное количество раз) с вероятностями, находящимися по формуле общего члена геометрической прогрессии:

Случайная величина *X* = *m*, распределенная геометрически, представляет собой число испытаний (*m*) до первого положительного исхода.

Составим ряд распределения:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | … | *m* | … |
|  | *p* |  | … |  | … |

и т.д.

Теорема. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной геометрически, вычисляются по формулам:

**Пример.**

Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более 4‒х выстрелов.

Составить закон распределения числа выстрелов, если вероятность попадания при одном выстреле равна *p* = 0,7. Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение и моду числа выстрелов.

**Решение:**

По условию

число выстрелов

Составим закон распределения числа выстрелов:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  | 0,7 | 0,21 | 0,063 | 0,027 |

**Проверка:**

1. Математическое ожидание:

2. Дисперсия:

3. Среднее квадратическое отклонение:

4. так как при *m* = 1 вероятность максимальная, она составляет: *p* = 0,7.

**Пример.**

Вероятность поражения цели равна 0,6. Производится стрельба по мишени до первого попадания (число патронов не ограничено). Требуется составить ряд распределения числа сделанных выстрелов, найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины. Определить вероятность того, что для поражения цели потребуется не более трёх патронов.

**Решение:**

Случайная величина *X* - число сделанных выстрелов - имеет геометрическое распределение с параметром *p*=0,6. Ряд распределения *X* имеет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | ... | *m* | ... |
|  | 0,6 | 0,24 | 0,096 | ... | 0,6·0,4*m* | ... |



Вероятность того, что для поражения цели потребуется не более трёх патронов:

*P*(*X* ≤ 3) = *P*(*X* = 1) + *P*(*X* = 2) + *P*(*X* = 3) = 0,6+0,24+0,096 = 0,936.

**3. Распределение Пуассона дискретных случайных величин.**

Дискретная случайная величина распределена по закону Пуассона, если она принимает значения 0,1,2…*m*…*n*…, бесконечное, но счетное число раз, с вероятностями, определяемыми по формуле Пуассона:

где, *p*.

Закон распределения примет вид:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | … | *m* | … |
|  |  |  |  | … |  | … |

,

и т.д.

**Теорема.** Математическое ожидание и дисперсия случайной величины, распределенной по закону Пуассона, равны параметру Пуассона.

**Пример 1.**

Станок изготавливает за смену 100000 деталей. Вероятность изготовления бракованной детали *p* = 0,0001.

Найти вероятность того, что за смену будет изготовлено 5 бракованных деталей.

**Решение:**

Обозначим *n* = 100 000, *k* = 5, *p* = 0,0001. События, состоящие в том, что отдельная деталь бракована, независимы, число испытаний *n* велико, а вероятность *p* мала, поэтому воспользуемся распределением Пуассона:

где

**Пример 2.**

Устройство состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа любого элемента в течение времени *t* равна 0,002.

Найти математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонениеи моду .

**Решение:**

*X* ‒ случайная величина ‒ число отказавших за время *t* элементов.

, . Следовательно, случайная величина распределена по закону Пуассона.

элемента

Составим закон распределения Пуассона:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | … | *m* | … |
|  | 0,135335 | 0,270671 | 0,270671 | 0,180447 | … |  | … |

и т.д.